

赵正旭,闫旭光.辐条轮矢量受力模型解析与建立[J].机械科学与技术,2024,43(10):1797-1805

辐条轮矢量受力模型解析与建立

赵正旭,闫旭光

(青岛理工大学 机械与汽车工程学院,山东青岛 266520)

摘要:提出放射状和交叉状两类辐条结构的解析和设计方法。针对零交叉、二交叉、四交叉和六交叉编法的四种常见辐条结构,建立了车轮在轴载重力、轴驱动和制动力矩、轴牵引和制动、轮地反作用以及轮辋切向摩擦等受力状态下相对应的轮组辐条张力矢量受力模型,同时搭建简单的实验平台对实验用车轮进行径向加载,与模型计算产生的数据结果进行粗略定性对比。初步验证该模型存在的合理性与科学性,为进一步分析差异原因、优化模型和提出具体计算分析方法的研究奠定基础。

关键词:放射状辐条;交叉状辐条;轮组编法;轮组解析;受力模型

中图分类号:U463.34

文献标志码:A

DOI:10.13433/j.cnki.1003-8728.20230078

文章编号:1003-8728(2024)10-1797-09

Analysis and Establishment of Vector Force Model of Spoke Wheel

ZHAO Zhengxu, YAN Xuguang

(School of Mechanical and Automotive Engineering, Qingdao University of Technology, Tsingtao 266520, Shandong, China)

Abstract: In this paper, the analysis and design method are proposed for two types of spoke structures, radial and cross-shaped. Aiming at the four common spoke structures with zero-cross, two-cross, four-cross and six-cross weaving modes, the wheel set spoke tension vector force model corresponding to the load capacity of the shaft, shaft drive and braking torque, shaft traction and braking, wheel-to-ground reaction, and rim tangential friction is established. At the same time, a simple experimental platform is built to carry out radial loading on the experimental wheel. A rough qualitative comparison with the data results generated by the model calculation is carried out to preliminarily verify the rationality and scientificity of the model. This study lays the foundation for further analyzing the cause of the difference, the model optimization and the specific calculation and analysis method.

Keywords: radial spoke; cross spoke; wheel-set spoke knitting; wheel analysis; force model

车轮是人们在日常生活中司空见惯的交通运输部件,尽管在科技和工程领域中,它是技术成熟度很高的常规装备^[1-5],但为了满足交通运输、重工机械、环境保护和体育运动等领域日新月异的应用需求,国内在车轮结构及其受力分析的研究依然过分依赖于对技术指标的测试和试验验证^[5-10],缺乏可靠的分析模型和准确的计算方法。

辐条轮更轻便、减震能力好、不易变形。随着航空航天、军事国防、智能化和无人化技术的发展,行驶在高温、高压、微重力、强辐射等恶劣环境中的高端装备如星球车^[11]、武器运载^[12]、机器人和自动导引车(Automated guided vehicle, AGV)等越来越多的选用辐条轮作为车轮,而辐条不但决定着车轮的结构、载重、维护,并且影响着车轮的可靠性、滚动阻力、节能环保、模块化设计和生产工艺成本以及材料

等^[13-15]。目前关于车轮的研究大致围绕着以下 4 部分展开^[16]:

- 1) 车轮整体性能,主要针对诸如疲劳、振动、抗冲击、动载荷、承载力、失圆、压力、耐久等技术和应用问题;
- 2) 轮毂部分,包括轴向和径向承载零部件的结构、运动、动力、应力等;
- 3) 轮辋(即轮圈),包括轮辋刚性、应力分布、非充气轮胎、有限元分析、运动方程等;
- 4) 轮胎部分,针对轮地相互作用和轮胎性能如轮胎设计、噪声、磨擦、耗损等。而对辐条结构的分析及其张力的计算,相关研究尚不充分,文献还很少^[17-19]。

本文首先建立如图 1a) 和图 1b) 所示的放射状和交叉状两大类辐条轮结构的解析方法,其次建立辐条结构受力分析的矢量模型,利用有限元仿真软件进行建模分析,得到初步的实验验证,为后续提出辐条轮内部径向张力的计算方法奠定基础,进而为探讨图 1c) 所示的诸如非充气车轮、弹性车轮、蜂窝或镂空车轮等新型车轮的设计提供依据,并为其制造、监测和维修等提供技术参考。

收稿日期:2022-07-11

作者简介:赵正旭,教授,博士生导师,674318963@qq.com

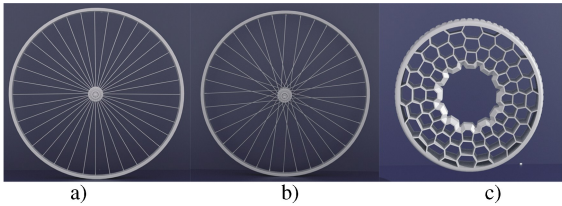


图 1 车轮典型辐条结构示意图

Fig.1 Schematic representation of a typical wheel spoke structure

1 辐条结构

车轮辐条结构(简称为轮组) 的结构基本参数

和辐条编法两个要素决定着辐条张力的大小和变化规律。值得指出的是, 本文中的角位移或角度的度量单位采用度($^{\circ}$), 坐标位置、长度和距离的度量单位为厘米(cm)。

1.1 结构基本参数

辐条基本参数大致有: 辐条数目 n ; 辐条编号以及安装孔编号 i 、 i_l 和 i_r ; 角度间隔 α_s ; 包络面夹角 β_l 和 β_r ; 偏移位数 c ; 轮辋半径 r 、法兰盘半径 r_h 、辐条安装孔半径 r_s 、花鼓中心距 w_l 和 w_r 等。表 1 所示的是一种辐条结构基本参数及其定义和取值。

表 1 车轮辐条结构的基本参数与尺寸

Tab.1 Basic parameters and dimensions of wheel spoke structure

参数	定义	示例取值
n		$n = 24, 36, 48$
α_s		
β_l 和 β_r		$\beta_l = \arcsin \frac{w_l}{l_l}$ $\beta_r = \arcsin \frac{w_r}{l_r}$
c		$c = 0, 1, 2$
r		$r = \text{ERD}/2$, ERD 是 Effective Rim Diameter 的缩写。
w_l 和 w_r		辐条包络锥或双曲面(图 3b)和图 3d) 底面位置是花鼓中心距 $w_l = \text{OLD}/2 - b_l$, $w_r = \text{OLD}/2 - b_r$, OLD 是 Open Leverage Dimension 的缩写。 $w_l = 2.15 \text{ cm}$ $w_r = 1.50 \text{ cm}$
r_h 和 r_s		$r_h = 10.00 \text{ cm}$ $r_s = 0.13 \text{ cm}$

1.2 辐条编法

图 2 所示的分别是径向辐条和切向辐条编法及辐条在左右两侧法兰盘上的分布。图中的数字是辐条在轮辋和左右两侧法兰盘上的编号,也是辐条安装孔的编号。

径向辐条偏移位数 $c=0$,它们直拉而互不交叉,因此也叫放射状辐条;切向辐条偏移位数 $c\neq 0$,它们相互交叉,因而又叫交叉辐条。所谓交叉,其定义是任意一根辐条从法兰盘安装端到轮辋安装端之间与其它辐条的交叉,它所交叉的辐条数目便是该辐

条结构编法的交叉数。为了便于表述,辐条编法用形式描述符号 $\times k$ (其中 $k=1、2、3、4\cdots$) 来表示, $\times k$ 叫 k 交叉符号,形式符号 $\times$ 表示交叉,后缀数字 k 是编法的交叉数。由此,图 2a) 所示的径向辐条结构是 $k=0$ 的交叉编法,用符号 $\times 0$ 描述;图 2d) 所示的切向辐条结构为 $k=4$ 交叉编法,用符号 $\times 4$ 描述。因为不同的基本参数将构成不同编法的辐条结构,所以除了图 2 所示的 $\times 0$ 和 $\times 4$ 交叉编法外,理论上还有诸如 $\times 1、\times 2、\times 3、\times 5、\times 6$ 等交叉编法,但实际应用中常见的有 $\times 1、\times 2、\times 3、\times 4$ 几种。

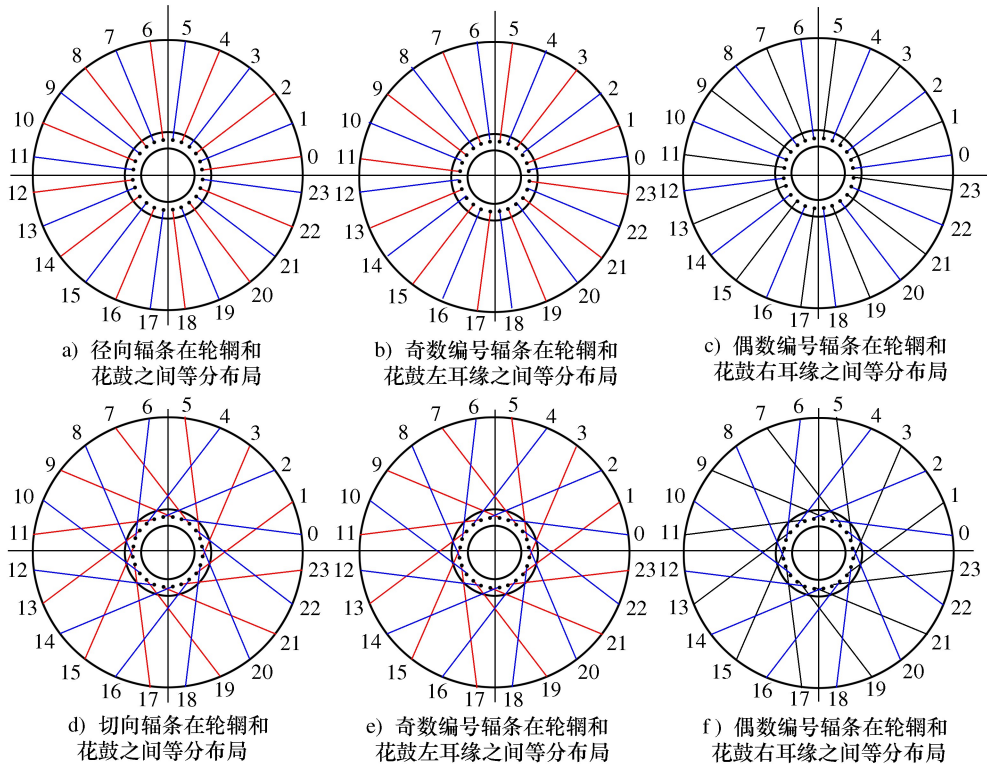


图 2 径向辐条和切向辐条在轮辋和花鼓上的分布
Fig.2 Distribution of radial and tangential spokes on rims and hubs

1.3 基本要点说明

为了获得可靠的解析模型以及后续获得准确的计算方法,前期有相关工作对轮地作用、车轮失圆、轮毂部件、应力应变、车轮振动、轮胎噪声、车轮耐久、疲劳试验、自行车轮、非充气轮、运动方程和计算分析等 12 个方面进行了较为详尽的调研^[16]和总结分析。针对图 2 所示的辐条结构,以下基本要点需特别说明:

1) 辐条结构通常是均匀分布,即辐条轮辋端以均等角度间隔 α_s 分布,如图 2a) 和图 2d) 所示,辐条花鼓端在左右法兰盘上以均等角度间隔 $2\alpha_s$ 分布,如图 2b)、图 2c)、图 2e) 和图 2f) 所示。由于篇幅限制,本文暂不包括非均匀分布辐条结构的解析。

2) 一般地,对于切向交叉辐条,驱动或牵引车

轮的顺拉辐条安装在花鼓的右侧法兰盘,制动或牵制的逆拉辐条则安装在左侧法兰盘。

3) 辐条结构主要影响车轮的载重、牵引、驱动、制动、轮地反作用、轮辋切向摩擦等受力功能。载重和牵引是垂直通过车轮轴的两种外力,驱动和制动是绕车轮轴的两个外力矩。牵引力克服轮地点处的摩擦阻力和车轮其它阻力,驱动力矩在轮地点处产生驱动车轮向前转动的摩擦动力。例如,自行车骑行时:前轮为被动轮,它承受的是向前的牵引力和向后的摩擦阻力;后轮为主动轮,它承受的是驱动力矩所产生的向前转动的摩擦动力。

4) 车轮可能是静止和转动(向前或向后),并且所承受的外力和外力矩是变化的,无论车轮的运动和受力状态如何变化,每根辐条的受力应该始终

保持是张力而不是压力。因为辐条长度不变或者说辐条变形可忽略不计,所以辐条张力与辐条材质、截面形状和尺寸无关。车轮承受的外力和外力矩的大小与轮辋刚度有关,轮辋刚度取决于辐条结构的刚度,而后者又是由辐条的张力平衡形成的。所以,本文将针对具体参数与尺寸和编法的辐条结构并且在特定外力作用状态下的辐条张力进行分析,从而间

接定义辐条张力与轮辋和辐条结构刚度之间的关系。

2 辐条结构几何解析

车轮辐条受力模型如图 3 所示。

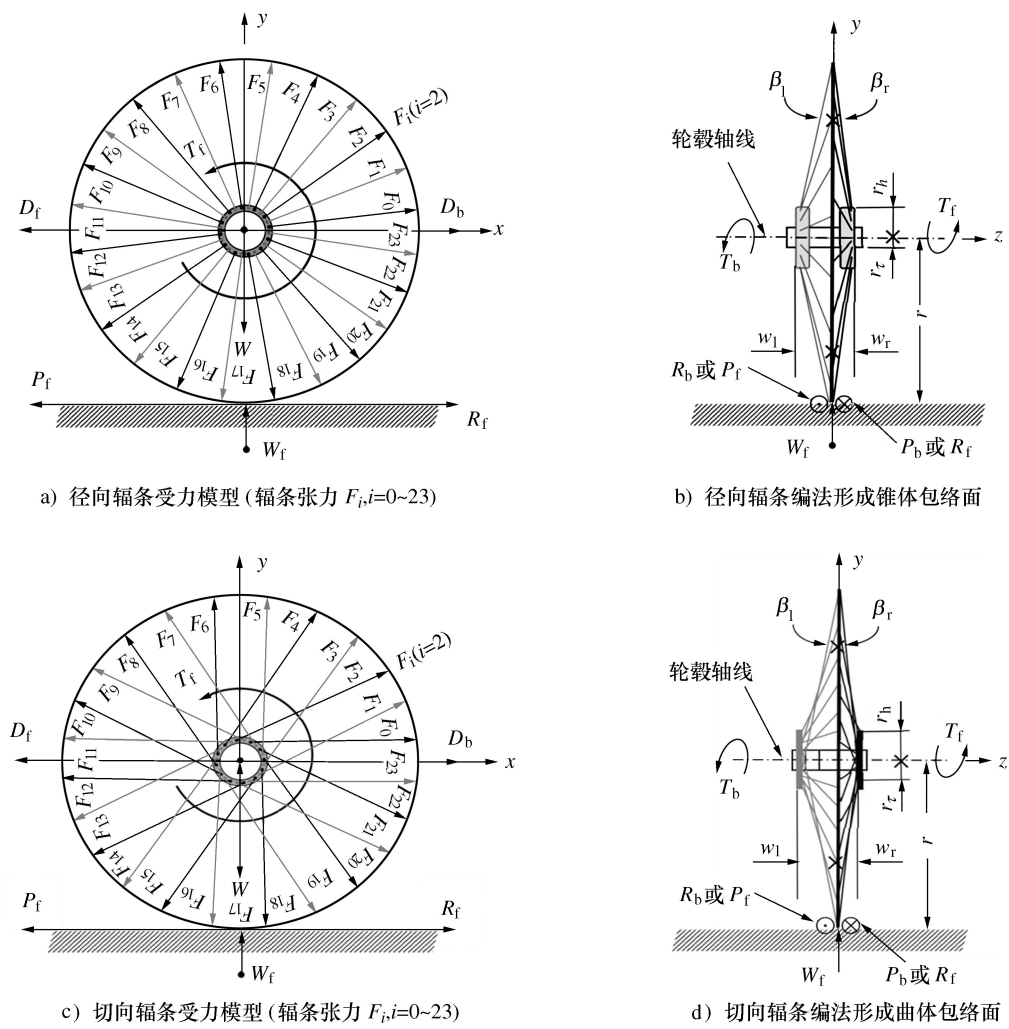


图 3 车轮辐条受力模型示意图
Fig.3 Schematic diagram of wheel spoke force model

如图 3 所示,轮毂轴线通过坐标系原点并且垂直于 xy 坐标平面,在某一转动(包括静止)瞬间,每根辐条与 x 正向坐标轴之间的夹角称为该辐条的角位移。若辐条编号为 i ,交叉数为 k ,那么辐条的角位移则由 α_i^{xk} 来表示。例如, α_0^{x0} 代表零交叉辐条结构中的 0 号辐条的角位移, α_1^{x4} 代表四交叉辐条结构中的 1 号辐条的角位移,以此类推。辐条的角位移 α_i^{xk} 随着交叉数 k 、辐条的根数 n 、偏移位数 c 、轮辋半径 r 和法兰盘半径 r_h 的改变而变化。相对于 x 正向

坐标轴沿逆时针方向度量时,角位移 α_i^{xk} 为正值,反之为负值; α_i^{xk} 在 $0\sim360^\circ$ 之间取值。

辐条长度是从辐条轮辋端到法兰盘端两处安装孔的中心距,用 l 来表示。辐条长度不但与轮辋半径 r 有关,而且随着角度间隔 α_s 、偏移位数 c 、法兰盘半径 r_h 、安装孔半径 r_s 、花鼓中心距 w_l 和 w_r 等的变化而变化。 l 和 α_i^{xk} 是车轮受力分析和辐条张力计算的两个重要参数。下面以辐条数 $n=24$ 的径向零交叉 $\times 0$ 和切向四交叉 $\times 4$ 编法为例,采用具体的基

本参数与尺寸,根据图 3 所示的几何解析,对辐条角度位移 α_i^{xk} 和长度 l 进行求解和计算。

2.1 辐条角位移的求解

对于图 3a) 所示的径向辐条,如果编号为 0 的辐条有角位移 α_0^{x0} ,那么后续编号 i 的辐条角位移计算式为

$$\alpha_i^{x0} = \alpha_0^{x0} + \frac{360^\circ}{n} \cdot i$$

(1)

式中 $i=1,2,\cdots n-1$ 。

轮辋上相邻两根辐条的角位移差的绝对值是它们之间的角度间隔为

$$\alpha_s = | \alpha_{i+1}^{x0} - \alpha_i^{x0} | = 360^\circ/n$$

左右两侧法兰盘各自的相邻两根辐条的角度间隔是相同的,即

$$\alpha_{sl} = \alpha_{sr} = 2 \cdot \alpha_s$$

所以,左右两侧法兰盘上的辐条角位移 α_{il}^{x0} 和 α_{ir}^{x0} 分别为:

$$\alpha_{il}^{x0} = \alpha_1^{x0} + (2 \cdot \alpha_s) \cdot i_l$$

(2)

$$\alpha_{ir}^{x0} = \alpha_0^{x0} + (2 \cdot \alpha_s) \cdot i_r$$

(3)

式中: $i_l=3,5,\cdots n-1$; $i_r=2,4,\cdots n-2$ 。

对于切线辐条,以图 3b) 所示的二交叉辐条为例,前拉辐条($i_r=2,4,\cdots n-2$)和后拉辐条($i_l=3,5,\cdots n-1$)分别在右侧和左侧法兰盘上以偏移位数 $c=1$ 错位安装,其辐条角位移表达式分别为:

$$\alpha_{ir}^{xk} = \alpha_{ir}^{x0} + \alpha_c^{xk}$$

(4)

$$\alpha_{il}^{xk} = \alpha_{il}^{x0} + \alpha_c^{xk}$$

(5)

式中: α_{ir}^{x0} 和 α_{il}^{x0} 为切向辐条所对应的径向辐条角位移,在图 3b)、图 3c) 和图 3d) 中用虚线标记; α_c^{xk} 是切向辐条相对于其径向假设辐条的偏移角度。

$$\alpha_c^{xk} = \arctan \frac{r_h \cdot \sin(2 \cdot c \cdot \alpha_s)}{r - r_h \cdot \cos(2 \cdot c \cdot \alpha_s)}$$

(6)

根据式(2)~式(5),可计算出图 3 所示的交叉数 $k=0,2,4$ 和 6 的辐条角位移 α_{il}^{xk} 和 α_{ir}^{xk} 以及 α_i^{xk} 。计算过程中所用到的辐条角度及其名称、表示符号和相关说明如表 2 所示。

表 2 辐条结构解析与计算中的辐条角度

Tab.2 Spoke angles in spoke structure analysis and calculation (°)

名称	辐条的角位移	对应的径向辐条角位移	相邻辐条角度间隔	偏移角度	切点角位移	法兰盘端安装孔角位移
轮辋端	α_i^{xk}	α_i^{x0}	α_s			
左法兰盘端	α_{il}^{xk}	α_{il}^{x0}	α_{sl}	α_c^{xk}	$\alpha_{\tau i}$	α_i^c
右法兰盘端	α_{ir}^{xk}	α_{ir}^{x0}	α_{sr}			
	$i=0,1,2,\cdots,n-1$					
说 明	$i_l=1,3,5,\cdots,n-1$		$\alpha_{sl}=\alpha_{sr}=$	相对于 α_i^{x0}	切点 p_τ 的	$\alpha_i^{x0} \pm 2\alpha_s c$
	$i_r=0,2,4,\cdots,n-2$		$2\alpha_s$	的偏移角度	角位移	
	$k=0,1,2,\cdots$					

2.2 辐条长度的计算

在图 3 中所标注的辐条长度是辐条在 xy 坐标平面上的投影长度。因为花鼓左右两侧的法兰盘相对于 xy 坐标平面的距离 w_l 和 w_r 不相等,偏心距 w_l-w_r 不为零,所以左右两侧辐条的实际长度 l_l 和 l_r 之间有差异,它们可以用三角几何解析式来表达:

$$l_l = w_l / \sin \beta_l$$

$$l_r = w_r / \sin \beta_r$$

包络面夹角 β_l 和 β_r 的计算公式为:

$$\beta_l = \arcsin(w_l / l_l)$$

(7)

$$\beta_r = \arcsin(w_r / l_r)$$

(8)

辐条长度 l 的计算公式为

$$l = \sqrt{[r - r_h \cos(c\alpha_{sl})]^2 + [r_h \sin(c\alpha_{sl})]^2}$$

左右两侧辐条的长度 l_l 和 l_r 的计算公式为:

$$l_l = \sqrt{(r - r_h \cos(c\alpha_{sl}))^2 + (r_h \sin(c\alpha_{sl}))^2} + w_l^2 - r_s$$

$$l_r = \sqrt{(r - r_h \cos(c\alpha_{sr}))^2 + (r_h \sin(c\alpha_{sr}))^2} + w_r^2 - r_s$$

式中 $\alpha_{sl}=\alpha_{sr}=2\alpha_s$ 。

因为径向辐条的偏移位数 $c=0$,所以式(5)~式(7)简化为径向辐条长度计算式:

$$l = r - r_h \quad l_l = \sqrt{l^2 + w_l^2} - r_s$$

$$l_r = \sqrt{l^2 + w_r^2} - r_s$$

$$e = r - r_h - r_s$$

$$\beta_l = \arctan(w_l / (r - r_h - r_s))$$

$$\beta_r = \arctan(w_r / (r - r_h - r_s))$$

需要指出的是,辐条长度不包括两端的弯头部分,所以应该减去法兰盘安装孔的半径 r_s 。

2.3 切向辐条切线的计算

切向辐条的切线是由切线圆半径 r_τ 和其切点 p_τ 至坐标系原点 O 之间的连线 $O-p_\tau$ 的角位移确定的,切线圆半径 r_τ 计算式为

$$r_{\tau}=r\cdot\sin(\alpha_c^{\times k})\tag{9}$$

连线 $O-p_{\tau}$ 的角位移计算式为

$$\alpha_{\tau i}=\alpha_i^{\times 0}+(90^{\circ}-\alpha_c^{\times k})\tag{10}$$

由此得知,辐条的角位移和长度与法兰盘半径 r_b , 轮辋辐条安装有效半径 r , 辐条根数 n 以及辐条偏移位数 c 有关, 并且左右侧法兰盘中心距 w_l 和 w_r 以及辐条安装孔半径 r_s 也影响辐条的长度。

3 车轮受力模型

辐条结构的受力分析采用了矢量解析模型, 没有包括轮辋和辐条的变形分析, 所以不考虑辐条的材质及其截面形状和尺寸。受篇幅限制, 关于辐条结构的材料力学性能, 弹性变形以及轮胎气压等因素对轮辋和辐条刚度的影响将在后续论文单独讨论。图 3 所示的是径向和切向两种辐条结构的受力模型, 模型中的力和力矩是矢量, 力和力矩矢量的大小用数值标量表示。例如车轮的承载重力用矢量 $\boldsymbol{W}$ 表示, 其大小用数值标量 $|\boldsymbol{W}|$ 表示。

1) 辐条张力 $\boldsymbol{F}_i$: 是沿着辐条长度向两端点处外拉的力。 $\boldsymbol{F}_i$ 的大小用标量 $|\boldsymbol{F}_i|$ 表示, 其方向用单元矢量 $\boldsymbol{v}_i$ 来定义, 辐条张力则可以表示为 $\boldsymbol{F}_i=|\boldsymbol{F}_i|\cdot\boldsymbol{v}_i$, 其下标 $i=0,1,2\cdots n-1$ 表示辐条的编号。需要强调的是, 辐条张力的标量值 $|\boldsymbol{F}_i|$ 并且它的最大值不应该超出导致辐条弹性变形或塑性应变的极限值。

2) 平衡张力 $\boldsymbol{B}_i$: 是当车轮不受任何外力或外力矩作用时辐条的张力, 也叫初始预设张力。辐条的平衡张力 $\boldsymbol{B}_i=|\boldsymbol{B}_i|\cdot\boldsymbol{v}_i$, 这里的标量 $|\boldsymbol{B}_i|$ 是给辐条初始预设的张力值。一般地, 安装在同一法兰盘(左侧或者右侧)上的辐条具有同等大小的平衡张力 $|\boldsymbol{B}_i|$ 。车轮承受外力或外力矩作用时, 平衡张力调节着辐条的张力值 $|\boldsymbol{F}_i|$ 始终大于零, 并且确保轮辋和辐条结构具有足够大的刚性。因此, $|\boldsymbol{B}_i|$ 本身也必须远大于零, 即 $|\boldsymbol{B}_i|\gg 0$ 。

3) 承载重力 $\boldsymbol{W}$: 作用于轮毂轴上的重量载荷, 其方向一般平行于 y 坐标轴和垂直相交轮毂轴并且通过轮地切点与地平面垂直向下, $\boldsymbol{W}$ 的标量 $|\boldsymbol{W}|$ 表示承载重力的大小。

4) 轮地反作用力 $\boldsymbol{W}_f$: 是通过轮地点作用在轮辋上的反作用力, $\boldsymbol{W}_f$ 的标量 $|\boldsymbol{W}_f|$ 表示轮地反作用力的大小, 通常 $\boldsymbol{W}_f$ 是 $\boldsymbol{W}$ 的反作用力, 两者大小相等, 但方向相反。

5) 牵引力 $\boldsymbol{D}_f$ 和牵制力 $\boldsymbol{D}_b$: 垂直于轮毂轴并且其方向平行于 x 坐标轴(即车轮运动方向)的作用力, 矢量 $\boldsymbol{D}_f$ 和 $\boldsymbol{D}_b$ 分别是对车轮的牵引力和牵制

力, 大小分别用标量 $|\boldsymbol{D}_f|$ 和 $|\boldsymbol{D}_b|$ 来表示。 $\boldsymbol{D}_f$ 指向 x 坐标轴的负方向与车轮前进的方向一致, $\boldsymbol{D}_b$ 沿 x 坐标轴的正方向与车轮前进的方向相反。

6) 摩擦力 $\boldsymbol{P}_f, \boldsymbol{P}_b, \boldsymbol{R}_f$ 和 $\boldsymbol{R}_b$: 是作用在轮地切点并且和轮辋圆周相切的外力。矢量 $\boldsymbol{P}_f$ 和 $\boldsymbol{P}_b$ 分别是轮地间的摩擦驱动力和摩擦制动力, 其大小分别用标量和表示; 矢量 $\boldsymbol{R}_f$ 和 $\boldsymbol{R}_b$ 分别是轮地间的摩擦驱动阻力和摩擦制动阻力, 它们的大小分别用标量 $|\boldsymbol{R}_f|$ 和 $|\boldsymbol{R}_b|$ 来表示。 $\boldsymbol{P}_f$ 和 $\boldsymbol{R}_f$ 的沿 x 坐标轴的负方向与车轮前进的方向一致, $\boldsymbol{P}_b$ 和 $\boldsymbol{R}_b$ 指向 x 坐标轴的正方向与车轮前进的方向相反。

7) 外力矩 $\boldsymbol{T}_f$ 和 $\boldsymbol{T}_b$: 是以轮毂轴为力矩轴线, 分别作用于车轮上的牵引力矩和制动力矩。 $\boldsymbol{T}_f$ 和 $\boldsymbol{T}_b$ 的方向平行于 z 坐标轴并且遵循右手法则, $\boldsymbol{T}_f$ 与轮毂轴重合并指向 z 坐标轴正方向, 而 $\boldsymbol{T}_b$ 则反之。 $\boldsymbol{T}_f$ 和 $\boldsymbol{T}_b$ 的大小分别用标量 $|\boldsymbol{T}_f|$ 和 $|\boldsymbol{T}_b|$ 表示。

需要指出的是, 辐条张力以及所有外力的度量单位为牛顿(N)或千克力(kgf), 力矩单位为牛顿·厘米(Ncm)或千克力·厘米(kgf·cm)。

3.1 辐条张力矢量

图 3 所示的受力模型中, $\boldsymbol{W}, \boldsymbol{W}_f, \boldsymbol{D}_f, \boldsymbol{D}_b, \boldsymbol{P}_f, \boldsymbol{P}_b, \boldsymbol{R}_f, \boldsymbol{R}_b, \boldsymbol{T}_f$ 和 $\boldsymbol{T}_b$ 是可以确定的矢量, $\boldsymbol{F}_i(i=0,1,2\cdots n-1)$ 则是这些矢量在第 i 根辐条上所产生的叠加张力。 $\boldsymbol{F}_i$ 通过矢量叠加式来表达, 即

$$\boldsymbol{F}_i=|\boldsymbol{B}_i|+\omega_i|\boldsymbol{W}|+\varphi_i|\boldsymbol{W}_f|+\delta_i(|\boldsymbol{D}_f|+|\boldsymbol{D}_b|)+\gamma_i(|\boldsymbol{P}_f|+|\boldsymbol{P}_b|+|\boldsymbol{R}_f|+|\boldsymbol{R}_b|)+\tau_i(|\boldsymbol{T}_f|+|\boldsymbol{T}_b|)\boldsymbol{v}_i\tag{11}$$

式中: 标量 $\omega_i, \varphi_i, \delta_i, \gamma_i$ 和 τ_i 是外力以及外力矩和辐条张力之间的换算系数, 即相应外力和力矩在第 i 根辐条上产生张力的权重, 其数值在 $-1.0\sim 1.0$ 之间。当换算系数的值大于 0 时, 辐条张力增大; 反之, 辐条张力减小; 当换算系数的值等于 0 时, 辐条张力的值大小不变。因为车轮在转动时, 每个换算系数随着辐条角位移 $\alpha_i^{\times k}$ 的变化而变化并且换算系数是相互独立的变量, 所以 $\boldsymbol{F}_i$ 是变量 $\omega_i, \varphi_i, \delta_i, \gamma_i$ 和 τ_i 的函数。

因为辐条张力值 $F_i>0$, 所以式(11)必须满足以下两个约束条件:

1) 辐条平衡张力 $|\boldsymbol{B}_i|$ 必须大于由外力和力矩所产生的张力:

$$|\boldsymbol{B}_i|>\omega_i|\boldsymbol{W}|+\varphi_i|\boldsymbol{W}_f|+\delta_i(|\boldsymbol{D}_f|+|\boldsymbol{D}_b|)+\gamma_i(|\boldsymbol{P}_f|+|\boldsymbol{P}_b|+|\boldsymbol{R}_f|+|\boldsymbol{R}_b|)+\tau_i(|\boldsymbol{T}_f|+|\boldsymbol{T}_b|)\tag{12}$$

2) 无论是转动还是静止, 车轮所受的极限外力和外力矩取决于辐条平衡张力 $|\boldsymbol{B}_i|$ 的大小。辐条张力值必须始终在辐条张力的极限值 $f_{\min}$ 和 $f_{\max}$ 之间, 即

$$f_{\min} < |F_i| < f_{\max} \tag{13}$$

3.2 辐条张力平衡

根据经典力学理论,如果以轮毂轴线为 z 轴并以辐条包络面底面为 xy 坐标平面建立直角坐标系,那么在 xy 坐标平面中沿 360° 范围内的任意方向上,图 3 所示的受力模型中的外力和外力矩与整个辐条结构的张力之和 $\sum_{i=0}^{n-1} F_i$ 是平衡的,其平衡关系可以用矢量方程表达,即

$$\begin{aligned} &(\boldsymbol{W} + \boldsymbol{D}_f + \boldsymbol{D}_b) + (\boldsymbol{W}_f + \boldsymbol{P}_f + \boldsymbol{P}_b + \boldsymbol{R}_f + \boldsymbol{R}_b) + \\ &\boldsymbol{F}_\tau + \sum_{i=0}^{n-1} \boldsymbol{F}_i = \boldsymbol{0} \end{aligned} \tag{14}$$

式中 $\boldsymbol{F}_\tau$ 是外力矩 $\boldsymbol{T}_f$ 和 $\boldsymbol{T}_b$ 在辐条结构上产生的张力。

$$\boldsymbol{F}_\tau = \sum_{i=0}^{n-1} \tau_i ((|\boldsymbol{T}_f + \boldsymbol{T}_b|) \boldsymbol{v}_i) \tag{15}$$

随着车轮的转动,第 i 根辐条的张力大小 $|F_i|$ 和方向 $\boldsymbol{v}_i$ 将发生 360° 的周期性变化,即 $\boldsymbol{F}_i$ 是辐条角位移 α_i^{xk} (准确地说 α_{il}^{xk} 和 α_{ir}^{xk})的周期函数。所以,式(14)中的外力和外力矩以及辐条张力可以通过辐条角位移 α_i^{xk} 在 x 、 y 、 z 坐标轴方向上分解,得出受力平衡解析方程,即:

$$\begin{aligned} &|D_b| - |D_f| - |P_f| + |P_b| + |R_f| - |R_b| + \\ &\sum_{i=0}^{n-1} \tau_i [(|\boldsymbol{T}_f + \boldsymbol{T}_b|) \cos(\alpha_i^{xk})] + \sum_{i=0}^{n-1} |F_i| \cos(\alpha_i^{xk}) = 0 \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned} &|W_f| - |W| + \sum_{i=0}^{n-1} \tau_i [(|\boldsymbol{T}_f + \boldsymbol{T}_b|) \sin(\alpha_i^{xk})] + \\ &\sum_{i=0}^{n-1} |F_i| \sin(\alpha_i^{xk}) = 0 \end{aligned} \tag{17}$$

$$\sum_{j=0}^{n/2-1} |F_{(2j)}| \sin\beta_l - \sum_{j=0}^{n/2-1} |F_{(2j+1)}| \sin\beta_r = 0 \tag{18}$$

式中 $j=0,1,2\cdots\frac{n}{2}-1$ 为法兰盘上的辐条安装孔序号。

从式(16)~式(18)可知,如果外力和外力矩为已知的参量并且 α_i^{xk} 是确定的:只有当辐条根数 $n\leq 3$,方程组有确定的解;当 $n>3$ 时,式(16)~式(18)变成欠定方程组。

例如,图 3a)中所示的张力 $\sum_{i=0}^{23} \boldsymbol{F}_i$ 的矢量之和等于外力 $\boldsymbol{W}$ 、 $\boldsymbol{W}_f$ 、 $\boldsymbol{D}_f$ 、 $\boldsymbol{D}_b$ 、 $\boldsymbol{P}_f$ 、 $\boldsymbol{P}_b$ 、 $\boldsymbol{R}_f$ 、 $\boldsymbol{R}_b$ 以及外力矩 $\boldsymbol{T}_f$ 和 $\boldsymbol{T}_b$ 产生的张力 $\boldsymbol{F}_\tau$ 的矢量之和为

$$\begin{aligned} &|\boldsymbol{W} + \boldsymbol{W}_f + \boldsymbol{D}_f + \boldsymbol{D}_b + \boldsymbol{P}_f + \\ &\boldsymbol{P}_b + \boldsymbol{R}_f + \boldsymbol{R}_b + \boldsymbol{F}_\tau| = |\sum_{i=0}^{23} \boldsymbol{F}_i| \end{aligned}$$

当车轮只承受 100 千克力的负载重力 $\boldsymbol{W}$ 时,即

$$|\boldsymbol{W}| = \left| \sum_{i=0}^{23} \boldsymbol{F}_i \right|, \text{由式(16) ~ 式(18) 可得:}$$

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^{23} |F_i| \cdot \cos(\alpha_i^{xk}) = 0 \\ \sum_{i=0}^{23} |F_i| \cdot \sin(\alpha_i^{xk}) = 0 \\ \sum_{i=0}^{11} |F_{(2j)}| \cdot \sin\beta_l - \sum_{i=0}^{11} |F_{(2j+1)}| \cdot \sin\beta_r = 0 \end{cases}$$

这个含有 24 个未知变量 $|F_i|$ 的三元方程组是欠定方程组,在后续的研究中将介绍这个方程组的求解方法。

当车轮处于非受力状态,即所有外力都为 0 时,

式(11)变成 $\boldsymbol{F}_i = |B_i| \cdot \boldsymbol{v}_i$ 及式(14)变为 $\sum_{i=0}^{n-1} |B_i| \cdot \boldsymbol{v}_i = \boldsymbol{0}$,每根辐条上的张力便是辐条的平衡张力 B_i , B_i 在 x 、 y 、 z 坐标轴方向上的解析方程式为:

$$\sum_{i=0}^{n-1} |B_i| \cdot \boldsymbol{v}_i \cdot \cos(\alpha_i^{xk}) = 0 \tag{19}$$

$$\sum_{i=0}^{n-1} |B_i| \cdot \boldsymbol{v}_i \cdot \sin(\alpha_i^{xk}) = 0 \tag{20}$$

$$\begin{aligned} &\sum_{j=0}^{n/2-1} |B_{2i}| \cdot \boldsymbol{v}_{(2j)} \cdot \sin\beta_l = \\ &\sum_{j=0}^{n/2-1} |B_{(2i+1)}| \cdot \boldsymbol{v}_{(2j+1)} \cdot \sin\beta_r = 0 \end{aligned} \tag{21}$$

由于单元矢量 $\boldsymbol{v}_{(2j)}$ 和 $\boldsymbol{v}_{(2j+1)}$ 在 x 、 y 、 z 坐标轴的分量分别为 $(0,0,-1)$ 和 $(0,0,1)$,所以式(18)变成

$$\sum_{j=0}^{n/2-1} |B_{2i}| \sin\beta_l = \sum_{j=0}^{n/2-1} |B_{(2i+1)}| \sin\beta_r \tag{22}$$

正如上面所说明的,安装在同一法兰盘上的辐条具有同等大小的平衡张力,所以式(22)可以进一步简化成

$$\frac{|B_{2i}|}{|B_{2i+1}|} = \frac{\sin\beta_r}{\sin\beta_l}$$

或

$$\frac{|B_0|}{|B_1|} = \frac{|B_2|}{|B_3|} = \frac{|B_4|}{|B_5|} = \cdots = \frac{|B_{n-2}|}{|B_{n-1}|} = \frac{\sin\beta_r}{\sin\beta_l}$$

由此,根据单一辐条的平衡张力,便可以通过辐条包络面夹角计算出其它任意辐条的平衡张力为

$$\begin{aligned} &|B_0| = |B_2| = |B_4| = \cdots = |B_{n-2}| = \\ &|B_{n-1}| \cdot \sin\beta_r / \sin\beta_l \end{aligned} \tag{23}$$

3.3 辐条张力初步验证

搭建试验台对实验改装车轮径向加载,利用力传感器、张力计等工具测得张力,通过对比,初步定性验证了建立的模型的合理性。根据计算所得辐条张力分布绘制曲线,如图 4 所示。

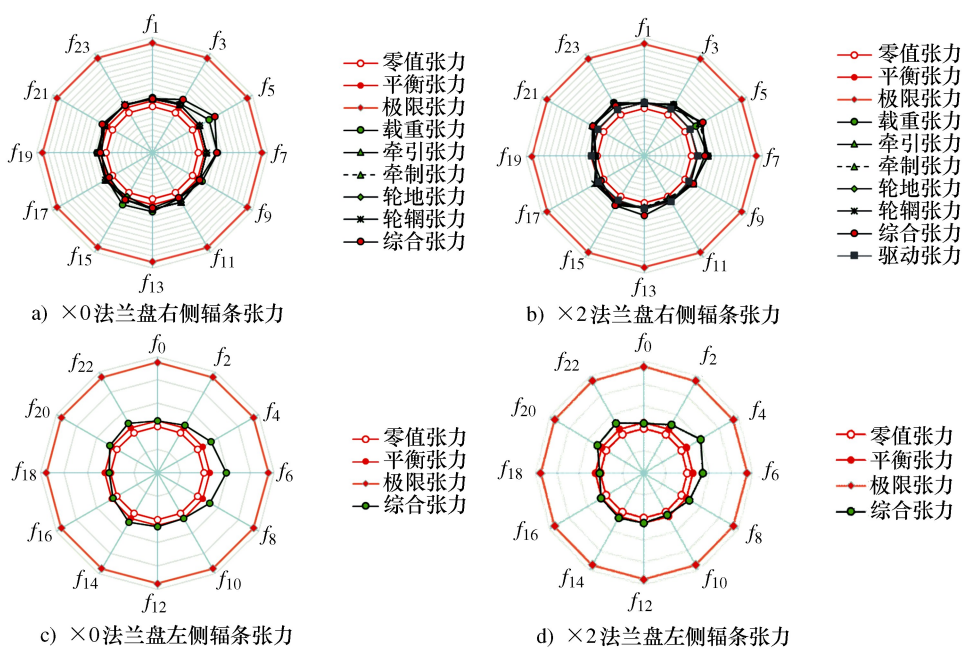


图 4 辐条张力分布绘制曲线

Fig.4 Plotting curve based on the calculated spoke tension distribution

在相同的受力状态条件下,利用车轮辐条张力测量仪和力传感器对上述×0、×2、和两种辐条结构的综合张力进行了实验测量,表 3 是实测的辐条综合张力数据表。

表 3 中的实测张力与图 4 中的计算张力的分布状态一致,但实测数据和计算数据之间有量值差异。初步验证了模型的科学合理性。

4 结论

本文提出了放射状和交叉状两类辐条结构的解析方法,建立了与其相对应的车轮受力矢量模型与三维 CAD 模型定性分析了辐条张力与轮辋刚度的关系。

车轮承受的外力和外力矩作用时,受力大小与轮辋刚度有关,轮辋刚度取决于辐条结构的刚度,而后者又是由辐条的张力平衡形成的,平衡张力调节着辐条的张力值 $|F_i|$ 始终大于零,并且确保轮辋和辐条结构具有足够大的刚性。

为更好地应用于工程实际,在接下来的研究中,将提出辐条轮内部径向张力的具体计算方法,设计实验,搭建实验平台对模型和计算方法进行交互验证,分析实测与模型计算量值差异原因,从而进一步完善模型。此外,还会将简化的模型逐步完善,研究车轮在动载的情况下受力是如何分布的。

辐条编法以及辐条结构基本参数对张力的影响,轮胎压力对轮辋刚度的影响,辐条平衡力和辐条结构以及轮辋刚度的定量关系是设计异形辐条和镂空辐条结构的关键问题,有待于深入探讨。

表 3 张力实测数据

Tab.3 Tension measured data kgf		
编号	×0	×2
	$ F_i $	$ F_i $
5	48.598 8	37.537 2
4	35.024 4	36.546 6
3	30.404 4	27.515 2
2	18.213 1	22.513 5
1	17.743 8	18.942 3
0	11.700 3	11.149 9
23	21.676 6	9.842 4
22	22.815 9	15.666 7
21	27.833 8	26.282 3
20	21.239 8	23.750 3
19	17.338 9	22.837 5
18	13.641 9	5.400 3
17	15.116 9	12.546 6
16	17.116 9	29.098 8
15	23.133 8	16.085 0
14	22.155 7	28.659 1
13	25.605 9	31.475 7
12	14.872 2	22.479 1
11	13.932 8	15.112 5
10	17.487 4	26.217 8
9	21.655 2	35.998 6
8	28.659 8	41.552 3
7	39.267 3	43.572 2
6	43.994 9	31.460 7

[参考文献]

- [1] WONG J Y, REECE A R. Prediction of rigid wheel performance based on the analysis of soil-wheel stresses part I. Performance of driven rigid wheels[J]. Journal of Terramechanics, 1967,4(1):81-98.
- [2] 《地面-车辆系统导论》翻译组.地面-车辆系统导论[M].北京:机械工业出版社,1978.
Translation Group of "Introduction to Ground-Vehicle Systems". Introduction to vehicle systems[M]. Beijing: China Machine Press, 1978. (in Chinese)
- [3] 俞洪,戴元坎,张凯.静负荷下轮胎接地压力分布测试的研究[J].轮胎工业,1999,19(4):203-207.
YU Q, DAI Y K, ZHANG K. Study on determination of tire contact-area pressure distribution under static load[J]. Tire Industry, 1999,19(4):203-207. (in Chinese)
- [4] 国家自然科学基金委员会.大飞机子午线轮胎先进复合材料及结构的设计与制造基础研究(重大项目指南)[EB/OL].(2017-07-12).<https://www.nsf.gov.cn/publish/portal0/tab452/info69726.htm>.
National Natural Science Foundation of China. "Basic research on design and manufacturing of advanced composite materials and structures for large aircraft radial tires" major project guide[EB/OL].(2017-07-12).<https://www.nsf.gov.cn/publish/portal0/tab452/info69726.htm>. (in Chinese)
- [5] 朱大钊.基于光学原理的轮胎接地压力分布测量方法研究[D].镇江:江苏大学,2020.
ZHU D Q. Research on tire-road contact pressure distribution measurement based on optical principle[D]. Zhenjiang: Jiangsu University, 2020. (in Chinese)
- [6] 周奎武,朱凯,王忠寿.轿车车轮冲击性能试验机的校准及主要项目不确定度评定[J].轮胎工业,2014,34(12):759-763.
ZHOU K W, ZHU K, WANG Z S. Calibration of car wheel impact performance testing machine and uncertainty evaluation of main items[J]. Tire Industry, 2014,34(12):759-763. (in Chinese)
- [7] 梁晨,王国林,周海超,等.子午线轮胎接地压力分布评价试验研究[J].汽车技术,2013(11):38-42.
LIANG C, WANG G L, ZHOU H C, et al. Experimental study of radial tire contact pressure distribution evaluation [J]. Automobile Technology, 2013(11):38-42. (in Chinese)
- [8] 何瑞.哈尔乌素露天煤矿轮胎损耗原因及采取的措施[J].山东工业技术,2014(22):55.
HE R. Causes of tire wear in Haerwusu Opencast Coal Mine and measures to be taken[J]. Shandong Industrial Technology, 2014(22):55. (in Chinese)
- [9] 陶乾.车轮径向载荷疲劳试验机径向加载力示值误差的测量不确定度评定[J].客车技术与研究,2009,33(3):50-52.
TAO Q. Evaluation of uncertain degree for radial force display error of radial load fatigue test machine for vehicle wheels [J]. Bus & Coach Technology and Research, 2009,33(3):50-52. (in Chinese)
- [10] 藏孟炎,秦滔.铝合金车轮 13°冲击试验仿真分析[J].机械工程学报,2010,46(2):83-87.
ZANG M Y, QIN T. Simulation analysis of car a-alloy wheel 13° impact test [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010,46(2):83-87. (in Chinese)
- [11] 王康,袁宝峰,朱建中,等.高性能星球车车轮研究进展[J].载人航天,2022,28(3):392-401.
WANG K, YUAN B F, ZHU J Z, et al. Review on high-performance wheels in planetary rovers[J]. Manned Spaceflight, 2022,28(3):392-401. (in Chinese)
- [12] 卫晓军,党潇正,周良生,等.美军轮式车辆战术设计特性及对我军的启示[J].军事交通学院学报,2020,22(8):33-36.
WEI X J, DANG X Z, ZHOU L S, et al. Tactical design characteristics of American wheeled vehicles and its enlightenments to our army[J]. Journal of Military Transportation University, 2020,22(8):33-36. (in Chinese)
- [13] 王琦,王丽.带麦克纳姆轮寻光追踪小车的设计与实现[J].工程机械,2021,52(3):1-7.
WANG Q, WANG L. Design and implementation of light-seeking and tracking car with Mecanum wheel[J]. Construction Machinery and Equipment, 2021,52(3):1-7. (in Chinese)
- [14] 杜毅豪,刘鹏宇,宋若薇,等.基于麦克纳姆轮的室内自主搬运小车[J].电子世界,2020(9):204-206.
DU Y H, LIU P Y, SONG R W, et al. Indoor autonomous handling trolley based on Mecanum wheels [J]. Electronics World, 2020(9):204-206. (in Chinese)
- [15] 方玉发,卢建刚,陈金水.基于麦克纳姆轮的重载AGV定位与控制研究[C]//2018中国自动化大会论文集.西安:中国自动化学会,2018:505-511.
FANG Y F, LU J G, CHEN J S. Research on positioning and control of heavy-duty AGV based on Mecanum wheel[C]//Proceedings of China Automation Conference. Xi'an: Chinese Association of Automation, 2018:505-511. (in Chinese)
- [16] 闫旭光,赵正旭.车轮研究的现状与文献调研报告[R].青岛:与青岛理工大学,2022.
YAN X G, ZHAO Z X. Current status of wheel research and literature research report [R]. Qingdao: Qingdao University of Technology, 2022. (in Chinese)
- [17] 孟庆逢.轮胎轮辋辐条张力优化分析[J].中国自行车,1991(3):30-33.
MENG Q F. Optimal analysis of tire rim spoke tension[J]. China Bicycle, 1991(3):30-33. (in Chinese)
- [18] 赵景山,侯帅松.一种柔性绳缆辐条式车轮,中国,105730138B[P].018-10-30.
ZHAO J S, HOU S S. A flexible cable spoke wheel, CN, 105730138B[P]. 2018-10-30. (in Chinese)
- [19] 陈锦翔.一种圆角三角形多方位通风轮辐,中国,210283779U[P].020-04-10.
CHEN J X. A kind of rounded triangle multi directional ventilation spokes, CN, 210283779U[P]. 2020-04-10. (in Chinese)